Aide à l'analyse des évaluations de CM2
Janvier 2009

Mathématiques

Document de travail

Sources

- Document « Mathématiques école primaire »
- Document « Mathématiques cycle 2 »
- Document « Mathématiques cycle 3 »
- Document « Calcul mental »
- Bulletin officiel de l'Education Nationale hors série n° 3 du 19 Juin 2008
- http://www.defimath.ca/mathadore/vol1num37.html

Fiche 1

Domaine : Nombres
Compétences :
- Ecrire et nommer les nombres entiers, décimaux et les fractions
- Passer d'une écriture fractionnaire à une écriture à virgule et réciproquement

Exercices : 1 - 2
Items : 64 – 65 – 66 – 67 – 68
Tâches à réaliser :
- Les élèves doivent écrire en chiffres des nombres entiers dictés par le maître (item 64)
- Les élèves doivent écrire des nombres décimaux dictés par le maître (item 65)
- Les élèves doivent compléter un tableau associant écriture fractionnaire, en lettre et décimale d'un même nombre (items 66 à 68)

Difficultés pouvant être rencontrées par les élèves
- Vingt-neuf et trois dixièmes peut être écrit 29 et 3/10

Pistes de travail :
Ecriture des nombres entiers

Déterminer la valeur de chacun des chiffres composant l'écriture d'un nombre entier en fonction de sa position	La valeur des chiffres doit être constamment envisagée en relation avec les activités de groupements et d'échanges qui la sous-tendent. Les mots dizaines, centaines, milliers sont employés comme synonymes et reformulés sous la forme de ´paquets de 10, de 100, de 1000... Ainsi: - dans 5324, le 3 signifie 3 paquets de 100, c'est-à-dire 300 ou encore 3 centaines (et non 3 unités); - dans 8926, il y a 89 paquets de 100 ou 892 paquets de 10. Les formulations du type ´Combien y a-t-il de paquets de 10 dans 8 926? accompagnent celles comme ´Quel est le nombre de dizaines dans 8926? Dans cette perspective, il convient d'éviter les activités formelles et l'utilisation trop systématique du tableau de numération. Exemple d'activité : utilisation d'étiquettes pour écrire les nombres ou pour décomposer : Chaque élève posséde un jeu de 9 étiquettes de 1000 à 9000, de 9 étiquettes de 100 à 900, de 9 étiquettes de 10 à 90, de 9 étiquettes de 1 à 9. Avec ces étiquettes on écrira les nombres dictés par le maître en suivant les régles suivantes : on ne peut poser une étiquette que sur une plus grande, on pose bord droit contre bord droit de l'étiquette précédemment posée (on peut tracer un trait rouge le long de tous les bords droits). Ainsi pour 1 040, l'élève posera 1000 puis, par dessus, 40 et obtiendra : |10|40| Pour écrire 2367 il faudra 4 étiquettes, pour 5509 il en faudra 3…
Donner diverses décompositions d'un nombre en utilisant 10, 100, 1000, etc. Retrouver rapidement l'écriture chiffrée d'un nombre à partir d'une décom-	Ces décompositions peuvent être du type suivant: 5324 = (5 x 1000) + (3 x 100) + (2 x 10) + 4 5324 = (53 x 100) + 24. Mais aussi: (3 x 100) + (5 x 1 000) + (6 x 10) = 5360 (3 x 100) + (12 x 10) + 8 + (5 x 1000) = 5428. De telles égalités sont produites en référence à la valeur des chiffres en fonction de leur position plutôt qu'à l'utilisation du tableau de numération.

position utilisant 10, 100, 1000, etc.	Elles peuvent également être contrôlées par un calcul. Les notations du type 10^2, 10^3 ne sont pas utilisées à l'école primaire.
Produire des suites orales et écrites de 1 en 1, 10 en 10, 100 en 100, à partir de n'importe quel nombre.	Il s'agit de mettre en évidence les régularités des suites de nombre écrits en chiffres (en liaison, par exemple, avec le fonctionnement du compteur) ainsi que les régularités et les accidents des suites des nombres dits oralement. La production de suites de nombres (écrits en chiffres) de 10 en 10, 100 en 100 doit être mise en relation avec les effets d'ajouts successifs de 10 (ou d'une dizaine), de 100 (ou d'une centaine) A partir de ces activités, les élèves peuvent commencer à envisager le caractére infini de ces suites.
Associer la désignation orale et la désignation écrite (en chiffres), pour des nombres jusqu'à la classe des millions.	Exemples: -56 246 789 se lit 56 millions 246 mille 789 -cent sept millions cinquante-trois mille cent trente-quatre s'écrit 107 053 134. L'intérêt du découpage en tranches de trois chiffres pour la lecture usuelle des nombres (fondée sur les classes: mille, millions, milliards) est souligné et les difficultés inhérentes à l'écriture en chiffres des nombres ayant un ou plusieurs zéros intermédiaires font l'objet d'une attention particuliére. L'étude se limite aux nombres de la classe des millions, mais des nombres plus grands peuvent être rencontrés.

Ecriture des nombres décimaux et fractionnaires

La plupart des connaissances relatives à ces nouveaux nombres peuvent être travaillées et interprétées dans les contextes énoncés précédemment et utilisées dans des activités relevant d'autres champs disciplinaires (sciences et technologie, géographie). Dans toutes les utilisations des nombres décimaux en situation, l'attention des élèves est attirée sur le choix des décimales pertinentes : précisions permises par les instruments et la taille des objets, compatibilité avec les usages sociaux.

Associer les désignations orales et l'écriture chiffrée d'un nombre décimal.	Exemples: 14,5 se lit 14 et demi ou 14 et 5 dixièmes ; 5,23 se lit 5 et 23 centièmes ou 5 et 2 dixièmes et 3 centièmes. La lecture courante (5 virgule 23) n'est pas exclue, mais il s'agit de ne pas la systématiser dans la mesure où son usage trop fréquent contribue à envisager le nombre décimal 5,23 comme deux entiers juxtaposés (5 d'un côté et 23 de l'autre).
Produire des suites écrites ou orales de 0,1 en 0,1, de 0,01 en 0,01...	Les observations de régularités sur de telles suites peuvent être comparées à celles faites sur les suites obtenues avec des entiers naturels en comptant de 1 en 1, de 10 en 10, etc.
Ecrire et interpréter sous forme décimale une mesure donnée avec plusieurs unités (et réciproquement).	Dans le cas où une grandeur est exprimée à l'aide des unités usuelles, il s'agit de mettre en relation des désignations telles que 3 m 25 cm et 3,25 m ou 3 m 5 cm et 3,05 m . C'est aussi l'occasion de relier centime d'euro et centième d'euro.

Mise en relation des différentes formes d'écriture d'un même nombre décimal.

Déterminer la valeur de chacun des chiffres com-	Les écritures à virgule prennent sens en étant mises en relation avec les fractions décimales, ce qui correspond à l'introduction historique des

posant une écriture à virgule, en fonction de sa position.	décimaux. Cela permet de comprendre que la valeur d'un chiffre est dix fois plus petite que celle du chiffre écrit immédiatement à sa gauche et dix fois plus grande que celle du chiffre qui est écrit immédiatement à sa droite (ce qui est vrai aussi bien pour la partie entière que pour la partie décimale). Exemples d'égalités qui peuvent être utilisées : $\frac{956}{10} = 95 + \frac{6}{10} = 95{,}6$; $\frac{503}{100} = 5 + \frac{3}{100} = 5{,}\ 03$
Connaître et utiliser des écritures fractionnaires et décimales de certains nombres: 0,1 et 1/10 ; 0,001 et 1/100 Connaître et utiliser les relations entre 1/100 et 1/10 ; 1/1000 et 1/100	Ces connaissances doivent être établies en référence à une expérience (situations réelles ou évoquées) sur des longueurs, des capacités, des durées ou des aires. Il s'agit en fait de développer de bonnes représentations mentales de ces nombres et des relations qui les lient.

Fiche 2

Domaine : Calculs
Compétences :
- Calculer mentalement le résultat d'une opération ou d'une suite d'opérations, ou le terme manquant d'une opération.

Exercices : 3
Items : 69 – 70
Tâches à réaliser :
- L'élève doit compléter des produits à l'aide de nombres décimaux

Pistes de travail

Connaître et utiliser les relations entre des nombres « repéres » : 100, 1 000 et 60 et leurs diviseurs.	Ces relations sont liées à l'utilisation des expressions «moitié, double, quart, quadruple, tiers, triple». L'objectif est que les élèves aient mémorisé le fait que 25 est le quart de 100, la moitié de 50, le tiers de 75
Connaître les relations entre certains nombres décimaux, comme 0,25, 0,5, 0,75 et 1 ou 2,5, 5, 7,5 et 10.	Cette connaissance est à relier à celle évoquée ci-dessus sur les relations entre diviseurs de 100 ou de 1 000.

Fiche 3

Domaine : Nombres
Compétences :
- Ordonner, comparer, encadrer des nombres. Les placer sur une droite graduée.

Exercices : 4 – 5 – 6
Items : 71 – 72 – 73
Tâches à réaliser :
- L'élève doit comparer des nombres en utilisant les signes < , > et = (item 71)
- L'élève doit encadrer un nombre décimal par deux entiers consécutifs. (item 72)
- L'élève doit placer des nombres entiers et décimaux sur une droite graduée (item 73)

Pistes de travail

Comparer deux entiers naturels, utiliser les signes < et > (lus « plus petit et ´plus grand »). Ranger des nombres en ordre croissant ou décroissant. Situer un nombre dans une série ordonnée de nombres.	La compréhension de l'ordre (savoir quel est le plus petit ou le plus grand nombre, savoir ranger des nombres) doit précéder l'utilisation des symboles < ou >. Le vocabulaire ´inférieur à, supérieur à commence à être utilisé en même temps que plus petit, plus grand. L'usage simultané des symboles =, < et > pour rendre compte de la comparaison d'écritures arithmétiques permet de renforcer la signification mathématique du symbole d'égalité. Au cours de l'apprentissage, les procédures de comparaison font l'objet d'une explicitation par les élèves.
Comparer deux nombres décimaux donnés par leurs écritures à virgule. Traduire le résultat de la comparaison en utilisant les signes < et >.	La comparaison de nombres tels que 2,58 et 2,6 se ramène à celle de leurs parties décimales, mais celles-ci ne doivent pas être considérées comme des entiers : les élèves doivent comprendre qu'il s'agit en fait de comparer 5/10 avec 6/10 ou 58/100 avec 60/100 Le recours à des graduations peut être une aide pour les élèves.
Encadrer un nombre décimal par deux entiers consécutifs ou par deux nombres décimaux. Intercaler des nombres décimaux entre deux nombres entiers consécutifs ou entre deux nombres décimaux.	Il s'agit, sans étude systématique et sans utiliser de formulation spécifique, d'approcher la notion d'encadrement à l'unité ou au dixième prés, par exemple : 35 < 35,46 < 36 ou 35,4 < 35,46 < 35,5. Ces activités permettent aux élèves de prendre conscience que la notion de nombres consécutifs, valable pour les nombres entiers, ne l'est plus pour les nombres décimaux: intercaler un nombre (décimal) entre deux nombres (décimaux) devient toujours possible. Ces questions d'intercalation peuvent également être l'occasion de rencontrer des nombres décimaux qui s'écrivent avec plus de trois chiffres dans leur partie décimale.
Situer exactement ou approximativement des nombres décimaux sur une droite graduée de 1 en 1, de 0,1 en 0,1.	Sur une droite graduée de 0,1 en 0,1, on peut placer exactement 12,7 mais approximativement 12,83 (plus prés de 12,8 que de 12,9).

Exemples d'activités
- utilisation de compteurs pour faire comprendre la suite 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9
- utilisation de bouliers ou d’abaques puis de représentations de bouliers d’abaques…
- affichage (pour s’y référer) dans la classe des tableaux de nombres de formes et de natures

diverses (droite numérique, tableaux de 0,1 en 0,1, de 1 en 1, de 10 en 10, de 100 en 100, de forme classique, en spirale : mise en évidence des régularités de notre système de numération)

- utilisation de ces tableaux complets ou incomplets, lors d'exercices spécifiques ou les proposer comme aides lors de jeux de calcul mental
- jeux de calcul mental : le furet de 1 en 1 puis de 0,1 en 0,1 ; de 0,2 en 0,2 ; de 0,5 en 0,5 ; de 10 en 10…et à l'envers.
- productions orales ou écrites de suites numériques, en commençant par 1, 10, 14; 52, 65, 70, 410, 325… dans l'ordre croissant ou décroissant avec un pas décimal.
- jeux de portraits de nombres (avec ou sans support de droite numérique) sous des formes variées (chiffre ou nombres des dizaines, unités, ce nombre se termine par… c'est un nombre à n chiffres, il est aprés … il est plus grand que…, inférieur à…, son chiffre des dizaines est le double de celui de ses unités..., il a 2 chiffres aprés la virgule...
- nombre pensé : un élève ou le maître pense à un nombre entier ou décimal. Les autres, pour le trouver, posent des questions auxquelles on ne peut répondre que par oui ou non
- pour classer des nombres, utilisation d'étiquettes, référence à des supports écrits dans la classe, verbalisation de procédure et acquisition de méthodologie
- pour choisir, parmi une liste de nombres, ceux qui se situent dans un intervalle donné, proposer une aide méthodologique pour des élèves en grande difficulté : par exemple, entre 527 et 603, barrer tous les nombres inférieurs à 527, puis tous ceux supérieurs à 603.
- trouver tous les nombres possibles en utilisant des mots donnés ; les écrire en chiffres.
- trouver toutes les écritures possibles d'un nombre (additives, canoniques, mixtes, du type 34 centaines 6 unités ou 340 dizaines 6 unités ou 6 unités 34 centaines…

Fiche 4

Domaine : Calculs
Compétences :
- Connaître les résultats des tables de multiplication. Les utiliser pour retrouver les facteurs d'un produit.

Exercices : 7 – 8
Items : 74 – 75
Tâches à réaliser :
- Les élèves doivent donner le résultat de calculs automatisés et compléter des multiplications par les nombres manquants.

Comme le suggére l'analyse précédente des difficultés rencontrées par l'élève, il convient de ne pas oublier qu'avant d'être automatisé, tout calcul a, le plus souvent, d'abord été obtenu par les élèves au moyen d'un calcul réfléchi, pendant une phase plus ou moins longue. De plus, l'automatisation des calculs simples, orientée vers la production de résultats immédiatement disponibles, peut en temps limité relever de la récupération en mémoire aussi bien que de la reconstruction instantanée faisant appel à une procédure automatisée.

Pour faciliter cette automatisation, c'est donc la mise à disposition de procédures qu'il faudra privilégier lors des séances de calcul mental réguliéres ou intervenant suite à la résolution d'un problème.

Pistes de travail

Maîtriser le répertoire multiplicatif tables de multiplication) : produits de deux nombres inférieurs à 10, recherche d'un facteur, quotients et décompositions associés.	La capacité à fournir instantanément de tels résultats est essentielle. La stabilisation compléte du répertoire multiplicatif nécessite au moins deux années de travail au cycle 3 et doit être soutenue dans la derniére année, puis au collége. Il faut souligner que la récitation mécanique des tables constitue un obstacle à la mobilisation rapide d'un résultat quelconque. Le repérage de régularités ou de particularités sur la table de Pythagore peut constituer une aide à la mémorisation. Et ne pas oublier que connaître 8× 6 = 48, c'est tout autant pouvoir donner rapidement ce résultat que répondre à « Combien de fois 8 dans 48 ? », à « Diviser 48 par 6 » ou décomposer 48 sous forme de produits de deux nombres inférieurs à 10. Lors des séances de calcul mental, travailler sur toutes les décompositions des nombres. Exemple : écrire une opération (qui peut être limitée à 2 nombres, certains symboles, ...) dont le résultat est 48.
	« La reconstruction des résultats multiplicatifs est plus difficile que celle des résultats additifs et il faut viser, avant la fin du cycle 3, une mémorisation totale des produits des tables et leur utilisation pour répondre à des questions du type « combien de fois 7 dans 56 ? », « 56 divisé par 7 ? » ou « décomposer 56 sous forme de produits de 2 nombres inférieurs à 10 ». Les points d'appui pour la construction des résultats pendant la phase d'apprentissage sont en partie différents de ceux relatifs au répertoire additif. On peut citer l'appui : - sur les résultats rapidement connus des tables de 2 et de 5 ; - sur le comptage de n en n pour retrouver un résultat à partir d'un résultat mémorisé ;

	- sur la connaissance des carrés, souvent bien maîtrisés ; - sur la commutativité de la multiplication ; - sur le fait que multiplier par 4, c'est doubler deux fois ou que multiplier par 6 revient à tripler, puis doubler ; L'objectif visé est donc que chaque élève à la fin du cycle 3 connaisse les 64 produits indépendamment les uns des autres. Une première activité peut donc consister à repérer pour un élève précis les produits effectivement connus. Cette prise d'informations individualisée peut être effectuée en lui demandant les différents produits de manière aléatoire et en notant les résultats donnés sur une grille sur laquelle on collera ensuite une « grille à fenêtre ». Elle peut permettre à l'élève, par un système de coloriage, de mettre en avant les produits qu'il connaît de manière sûre au fur et à mesure de l'année, de modifier au fur et à mesure des activités les produits erronés, etc.. Si on s'aperçoit pour un élève que certaines paires de produits symétriques n'ont pas la même valeur (par exemple, le produit 6 fois 8 est différent du produit 8 fois 6, qu'aucun des deux produits ne soit égal 48 ou seulement l'un), il sera utile de proposer une activité manipulatoire lui permettant de reconstruire cette propriété. Par exemple, on peut confier à cet élève 6 boîtes vertes contenant chacune 8 jetons verts et 8 boîtes rouges contenant chacune 6 jetons rouges (une seule boîte de chaque couleur peut être au départ accessible pour le comptage de son contenu). L'élève a pour tâche d'indiquer la couleur pour laquelle il y a le plus de jetons et de justifier sa réponse. S'il arrive à donner la bonne réponse avec une justification convenable (basée certainement sur des additions réitérées), le retour à sa grille peut lui permettre de corriger le ou les produits incorrects. On peut alors lui demander de vérifier si d'autres erreurs de ce type sont présentes dans sa grille. Si une connaissance insuffisante des tables d'additions ne lui permet pas d'affirmer qu'il y a autant de jetons verts que de jetons rouges, on peut lui proposer des grilles rectangulaires de différentes dimensions qu'il aura à déterminer par comptage (une grille de 6 cases x 8 cases, une de 6 x 9, une de 5 x 9 ; une grille de 7 x 10 ; une grille de 5 x 7 etc.) et lui demander de choisir les grilles sur lesquelles il pourrait ranger exactement (un jeton par case et aucune case vide) tous les jetons verts. Il devra faire de même pour les jetons rouges. Par comptage du nombre de cases de la grille doublement choisie, il aura alors accés à la valeur commune des deux produits non sus. Au-delà de la commutativité, d'autres propriétés de la multiplication seront peut-être à remettre en place comme par exemple celle liée au fait que « quatre fois sept c'est le double de deux fois sept » ou que « huit fois cinq c'est la moitié de huit fois dix ». Enfin, c'est le lien entre un produit donné et les quatre produits

	proches qu'il est important de travailler. Ainsi, il est important que l'élève comprenne qu'à partir d'un produit comme 5 fois 8, il peut être capable de déterminer par une addition ou une soustraction chacun des quatre produits qui lui sont proches : 4 fois 8 et 6 fois 8 en ajoutant ou en enlevant 1 fois 8 mais aussi 5 fois 7 et 5 fois 9. L'entraînement à l'utilisation des procédures d'obtention d'un produit à partir d'un produit proche connu facilitera la mémorisation et la disponibilité de ces résultats. Et c'est cette disponibilité qui est en jeu quand il est écrit dans les documents d'accompagnement que « connaître 7 6, c'est être capable de répondre 42 immédiatement, mais c'est également pouvoir répondre immédiatement à « quel nombre multiplié par 7 donne 42 ? », « quel nombre multiplié par 6 donne 42 ? », « 42 divisé par 7 », « 42 divisé par 6 » ou encore à produire trés vite 7 x 6 et 6 x 7 lorsque sont demandées des décompositions multiplicatives de 42. De telles questions doivent être posées dés le départ des apprentissages. »

<u>Fiche 5</u>

Domaine : Calculs
Compétences :

- Résoudre des problèmes relevant des quatre opérations.

Exercices : 9
Items : 76 – 77
Tâches à réaliser :

- Les élèves doivent résoudre un problème en posant les opérations. Il n'y a aucune indication sur les opérations à effectuer

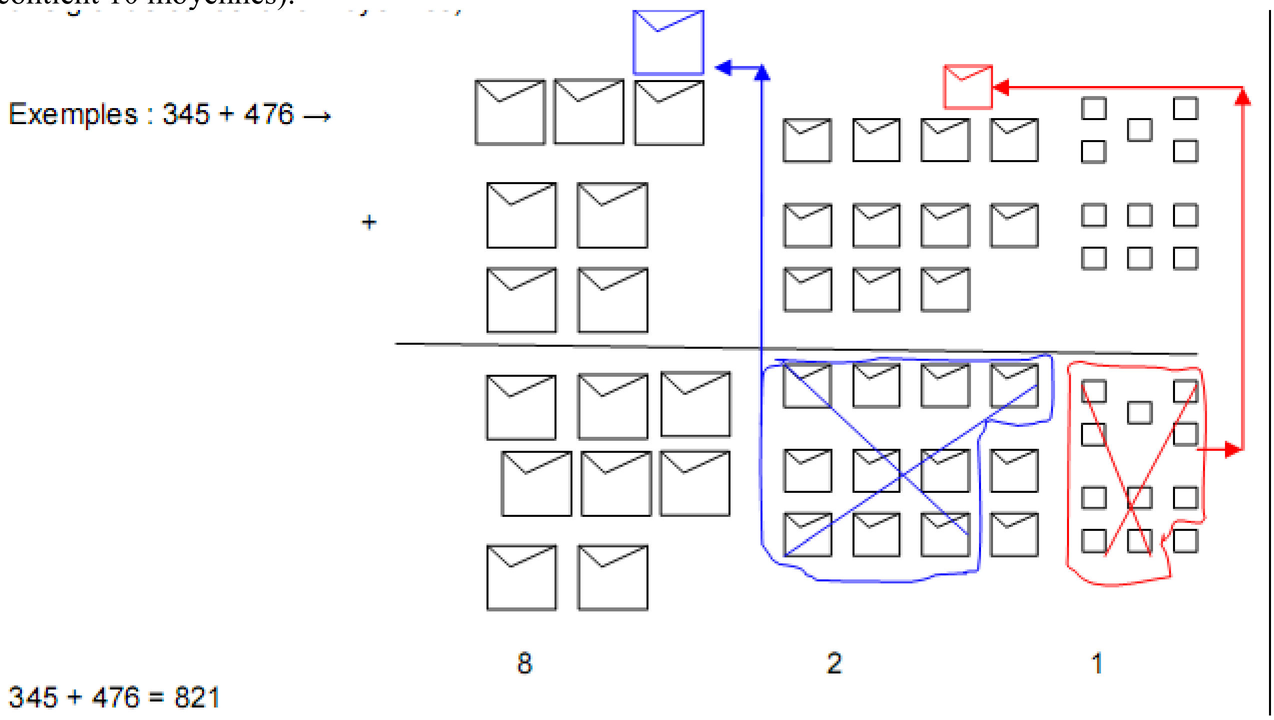
Pistes de travail
Chaque fois que c'est possible, les situations issues de la vie de la classe ou du travail dans d'autres disciplines sont privilégiées. Les connaissances numériques des élèves, qu'elles portent sur les nombres ou sur le calcul, n'ont d'intérêt que si elles peuvent être mobilisées pour résoudre des problèmes. Selon les problèmes proposés, selon la maîtrise qu'il a des connaissances en jeu, l'élève a recours aux procédures expertes ou élabore des procédures personnelles de résolution.
Au cycle 3, on propose des problèmes nécessitant des raisonnements et la détermination d'étapes intermédiaires. Pour les problèmes à étapes, la solution peut être donnée sous différentes formes : suite de calculs, calcul avec parenthèses.
La mise en forme de la démarche et des résultats n'est pas limitée à des formes stéréotypées. Celle-ci doit être adaptée à la situation proposée et aux interlocuteurs à qui elle est destinée. Dans tous les cas, les exigences doivent être précisées par l'enseignant.
Certaines activités de calcul mental s'appuient sur des petits problèmes qui permettent de renforcer le sens des opérations et la connaissance des propriétés sur les nombres. La résolution de problèmes s'appuie elle-même souvent sur des démarches mentales grandement facilitées par une bonne capacité à calculer mentalement.
Pour ce qui concerne le sens des opérations, il est nécessaire de proposer des situations qui n'induisent pas des réponses stéréotypées. Par exemple, certains élèves se fient à des mots comme « reste », « de plus », « de moins », pour choisir entre une addition et une soustraction. Un exemple intéressant de problèmes sur le site « banqoutils » oblige à mobiliser des capacités de représentation de la situation pour s'affranchir des réponses stéréotypées :
http://www.banqoutils.education.gouv.fr/fic/E3MRVST02.pdf
En ce qui concerne la division, il est important de ne pas travailler seulement sur des divisions « partages », mais également sur des divisions « groupement », comme dans l'exemple : http://www.banqoutils.education.gouv.fr/fic/C6MRVAM04.pdf
Certains élèves ont besoin d'être guidés pour se représenter la situation proposée. On évitera là aussi toute systématisation : si certains seront aidés par un schéma ou un dessin, d'autres préféreront la reformulation orale, d'autres auront besoin de mimer véritablement le contexte (si c'est possible), d'autres encore devront réorganiser les données, dans un tableau par exemple.
La représentation et l'organisation des données : les élèves qui montrent des difficultés de lecture liées à un problème de coordination visuelle seront aidés par l'utilisation d'une règle ou d'une équerre pour « suivre » la direction indiquée par les points ou les barres, on peut aussi les inciter à utiliser leurs doigts. Comme en maîtrise de la langue, la réception (analyse des données) sera favorisée par la pratique de productions (représentations par les élèves). Afin d'entraîner ces élèves à analyser les éléments mis en évidence, il est important de les mettre en situation de représenter de façons différentes des données chiffrées, ainsi que de varier l'organisation des graduations de référence (écarts, origine…).

Fiche 6

Domaine : Calculs
Compétences :
- Poser et effectuer une addition, une soustraction ou une multiplication sur des nombres entiers ou décimaux.
- Poser et effectuer une division d'un nombre entier ou décimal par un nombre entier

Exercices : 10
Items : 78 – 79 – 80 – 81 – 82 – 83
Tâches à réaliser :
- Les élèves doivent poser et effectuer des additions, soustractions, multiplications et divisions sur des nombres entiers et des nombres décimaux

Pistes de travail
Un retour à une décomposition sera nécessaire pour certains élèves, par exemple ceux qui auront montré des erreurs de décalage dans la technique de la multiplication.
ex : pour multiplier 15 par 34, on posera 15x4= 60 puis 15x30=450 et on explicitera
Les élèves pour lesquels les évaluations auront mis en évidence des erreurs liées à une technique « fluctuante », à une mauvaise gestion des retenues ou à un problème de décalage (pour la multiplication) bénéficieront particulièrement de séances courtes et répétées de manipulation de matériel type « Multibase » (en effectuant les échanges), bouliers, abaques.
Dans le cas où aucun matériel n'est disponible, on pourra utiliser des enveloppes de différentes tailles (une petite enveloppe contient 10 cartons, une moyenne contient 10 petites, une grande contient 10 moyennes).



Pour l'addition ou la multiplication, on emplira de nouvelles enveloppes (retenues), pour la soustraction, on videra des enveloppes pour pouvoir retirer effectivement des cartons.
Dans la division, une difficulté pour certains élèves est la gestion des diviseurs à 2 chiffres puisqu'il est nécessaire de bien maîtriser la multiplication et la soustraction. Une présentation en tableau permet de mettre en évidence les calculs qui sont effectués dans cette technique un peu « opaque »
Exemple : division de 14 355 par 15
Nous l'effectuons habituellement comme suit

```
14355 | 15
-135    957
  85
 -75
-  05
   05
    0
```

En fait, ce que nous écrivons cache diverses décompositions du nombre 14 355. Progressivement, ces décompositions visent à identifier des multiples de 15.
Voici comment nous suggérons de justifier cette technique. Certes, au début, les nombres seront plus petits et le diviseur sera inférieur à 10. Gardons cependant, pour mieux voir ce qui se passe, la division 14 355 / 15.

Il faut chercher, pour chaque position, des multiples de 15 qui, additionnés ensemble, donnent 14 355.

- on cherche le plus grand multiple, en centaines, de 15 que l'on pourra ôter de 143 centaines (9 x 15 = 135) ; on effectue la différence entre 143 centaines et 135 centaines (143 - 135 = 8).
- les 8 centaines excédentaires deviennent 80 dizaines. Nous avons donc 85 dizaines en tout.
- on cherche le plus grand multiple, en dizaines, de 15 que l'on pourra ôter de 85 dizaines (5 x 15 = 75) ; on effectue la différence entre 85 dizaines et 75 dizaines (85 - 75 = 10).
- les 10 dizaines excédentaires deviennent 100 unités. Nous avons donc 105 unités en tout.
- on cherche le plus grand multiple, en unités, de 15 que l'on pourra ôter de 105 unités (7 x 15 = 105).

Notons ce qui vient d'être décrit afin de mieux comprendre.

	1 4 3	5	5 ÷ 15
devient d'abord	1 3 5	85	5 ÷ 15
puis	1 3 5	75	105 ÷ 15

Il est maintenant facile de diviser 135 centaines, puis 75 dizaines et enfin 105 unités par 15. Nous obtenons 9 centaines + 5 dizaines + 7 unités, donc 957. Comparons cette division à la division habituelle.

```
14355 | 15
-135    957
  85
 -75
  105
  105
    0
```

143	5	5	15
135	85	5	957
135	75	105	
-135	-75	-105	

Dans la division de droite, si nous enlevons les nombres écrits en rouge, qui ne sont que des répétitions des nombres 135, 75 et 5, nous obtenons la forme de gauche, laquelle constitue un condensé de la décomposition en colonnes inscrite à droite.

<u>**Fiche 7**</u>

Domaine : Grandeurs et mesures
Compétences :

- Connaître les unités de temps et leurs relations, et calculer des durées. Lire l'heure sur un cadran à aiguilles.

Exercices : 11
Items : 84 – 85 – 86
Tâches à réaliser :

- Les élèves doivent lire des heures sur des horloges à aiguilles puis calculer des durées.

Pistes de travail
Au cycle 2, il est intéressant:

- de travailler sur un cadran des heures (avec une seule aiguille) et de sensibiliser à la notion d'intervalles: il est pile trois heures (une seule position de la petite aiguille); il est pile quatre heures (une seule position de la petite aiguille); il est entre trois heures et quatre heures (de nombreuses positions de la petite aiguille) avec des précisions du type il est plus près de trois heures ou il est plus près de quatre heures (pour habituer au sens conventionnel de rotation des aiguilles)
- de faire prendre conscience, après de multiples observations, de la simultanéité suivante: quand et pour que la petite aiguille passe de trois exactement à quatre exactement, la grande aiguille doit faire un tour complet (parte de douze et revienne à douze): un tour complet de la grande aiguille dure une heure.

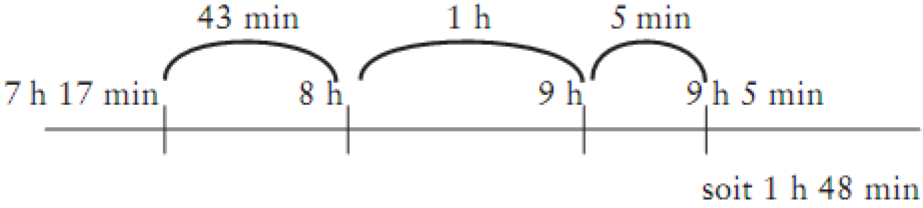
Au cycle 3, ces apprentissages sont poursuivis.

- Progressivement est abordée la lecture de positions particulières intermédiaires: trois heures un quart, trois heures et demi, trois heures trois quarts (aussi lu quatre heures moins le quart). À cette occasion il est profitable d'utiliser le cadran des minutes et de faire colorier la zone balayée par la grande aiguille de douze à trois (un quart d'heure); de douze à six (une demi-heure) ou de douze à neuf (trois quarts d'heure). C'est aussi l'occasion de les familiariser avec des angles qui sont des fractions simples de tour (et des durées fractions simples d'heure).
- Le cadran des minutes peut aussi être un support à l'énoncé des multiples de cinq, depuis cinq (aiguille sur le un) jusqu'à soixante (aiguille sur le douze). C'est ainsi que les élèves parviennent à comprendre qu'un tour complet de la grande aiguille dure soixante minutes ou une heure.
- Au cycle 3, en liaison avec l'astronomie, les élèves sont amenés à comprendre que, suite à la rotation de la Terre autour du Soleil, l'heure (légale) n'est pas identique partout sur la Terre

Calcul sur les durées
Une bonne compréhension de l'affichage analogique permet aussi de calculer de façon réfléchie sur les durées. Une « vraie»horloge analogique permet d'illustrer le calcul de sommes ou de différences de durées par déplacement effectif des aiguilles et décompte des minutes. Les techniques automatisées (calcul posé en colonne) pour les additions ou les soustractions de durées n'ont pas à être étudiées. Un calcul réfléchi est aussi rapide et souvent plus efficace. Ainsi la somme de 4h57min et 2h38min est égale à 6h95min qui devient 7h35 min: le premier calcul n'est qu'une simple addition, la seconde transformation résulte de la connaissance de légalité 1h=60min.
Comme dans d'autres domaines, les différences à calculer peuvent correspondre à des problèmes variés, par exemple: déterminer une durée (écart entre deux dates ou entre deux « heures»):

- combien de temps dure le trajet d'un train qui part à 7h17 et arrive à 9h5 ? (il est à noter que la mention des minutes et du zéro intermédiaire est souvent omise)
- quantifier la comparaison de deux durées: quelle différence de temps de parcours entre deux trains si le premier met 7h17min et le second 9h5 min?

Dans les deux cas, des stratégies diverses de calcul réfléchi amènent au résultat, certaines étant plus «naturelles», compte tenu du problème posé: l'utilisation dune ligne numérique dessinée (ou virtuelle) suivie du calcul des écarts avec des appuis « faciles», par exemple pour le premier problème:



Fiche 8

Domaine : Géométrie
PREAMBULE : synthèse du document « Mathématiques -cycle 3 » (page 30) et du BO hors série n° 3 du 19 Juin 2008 (page 23)

L'objectif principal de l'enseignement de la géométrie au cycle 3 est de permettre aux élèves de passer progressivement d'une reconnaissance perceptive des objets à une étude fondée sur le recours aux instruments de tracé et de mesure. Les activités du domaine géométrique ne visent pas des connaissances formelles (définitions), mais des connaissances fonctionnelles.

Le travail spatial et géométrique s'organise autour de différents types de problèmes :
- localiser des objets ou des assemblages d'objets dans l'espace, se repérer et se déplacer dans l'espace, en utilisant des représentations de cet espace (maquettes, photos, plans, cartes)
- comparer, reproduire, décrire, construire, représenter des objets géométriques (figures planes, solides) ou des assemblages d'objets.

À travers ces activités, les élèves élaborent et utilisent les premiers concepts géométriques, en leur donnant du sens : alignement, perpendicularité, parallélisme, égalité de longueurs, milieu d'un segment, symétrie axiale, angles.
Ils prennent conscience de certaines propriétés des objets et ils acquièrent des éléments de vocabulaire : face, arête, sommet ; côté, segment, milieu, droite (synonyme au cycle 3 de ligne droite), droites perpendiculaires, droites parallèles, diagonale, angle, axe de symétrie, centre, rayon, diamètre ; ainsi que les noms de quelques solides usuels (le cube, le pavé droit, le cylindre les prismes droits, la pyramide) et de quelques figures planes. (le carré, le rectangle, le losange, le parallélogramme, le triangle et ses cas particuliers, le cercle)
Enfin, ils développent des compétences techniques liées au maniement d'instruments de dessin : règle et équerre (pour vérifier des alignements, tracer des droites perpendiculaires, des droites parallèles), compas (pour tracer des cercles ou des arcs de cercle, pour reporter des longueurs), gabarit (pour comparer ou reporter des angles), calque (pour valider l'exactitude d'un tracé), papier quadrillé, papier pointé, pliage.

Les problèmes proposés se situent dans l'espace ou portent sur des objets « épurés » : solides usuels, figures dessinées sur papier (sans abuser des supports quadrillés) ou sur écran d'ordinateur. Les activités de reproduction et de construction de configurations géométriques mobilisent la connaissance des figures usuelles. Ils sont l'occasion d'utiliser à bon escient le vocabulaire spécifique et les démarches de mesurage et de tracé.

Les logiciels de dessin assisté par ordinateur ou de géométrie dynamique pourront faire l'objet d'une première utilisation, mais les activités réalisées à l'aide de ces outils ne remplacent pas celles qui sont situées dans l'espace réel ou dans celui de la feuille de papier.

Compétences :
- Reconnaître et vérifier à l'aide des instruments que des droites sont parallèles ou perpendiculaires
- Reconnaître et vérifier à l'aide des instruments qu'une figure est un carré, un losange, un triangle particulier, un parallélogramme

Exercices : 12 - 13
Items : 87 – 88 – 89
Tâches à réaliser :
- Les élèves doivent repasser en couleur des droites parallèles à une droite donnée (item 87)
- Les élèves doivent identifier et repasser des pointillés pour faire apparaître un carré (item 88)

et un losange (item 89)

Pistes de travail

– Vérifier, à l'aide de la règle et de l'équerre, que deux droites sont parallèles.	On accepte des expressions comme « segments ou côtés perpendiculaires », «segments ou côtés parallèles » lorsque les droites supports des segments ou des côtés sont perpendiculaires ou parallèles. Ces relations ne doivent pas être figées dans des représentations stéréotypées liées aux positions verticales et horizontales ou parallèles aux bords de la feuille de papier. Par ailleurs, les élèves sont confrontés à des cas où, pour décider, il est nécessaire de prolonger les traits qui représentent les droites. Le travail sur droites perpendiculaires et droites parallèles donne lieu à une synthèse, à partir d'une réflexion sur les positions relatives de deux droites : droites non sécantes (parallèles), droites sécantes en prenant en considération leur inclinaison relative (notion d'angle) et notamment cas des droites qui se coupent en faisant quatre angles égaux (perpendiculaires). Pour les droites parallèles, la propriété d'écart constant entre ces droites sera mise en évidence et utilisée pour les activités de reconnaissance ou de construction. L'utilisation de tracés à main levée joue un rôle important dans la mise en place d'images mentales relatives au parallélisme et à la perpendicularité, de même que la recherche de procédés pour obtenir des droites perpendiculaires ou parallèles par pliage d'une feuille de papier.
– Reconnaître de manière perceptive une figure plane, en donner le nom. **- Identifier, de manière perceptive, une figure simple dans une configuration plus complexe.** **- Vérifier l'existence d'une figure simple dans une configuration complexe, en ayant recours aux propriétés et aux instruments.**	Les représentations fréquentes de certaines figures peuvent être un obstacle à leur reconnaissance dans d'autres configurations : carré ou rectangle dont les côtés sont parallèles aux bords de la feuille, losange « posé sur une pointe », etc. Il est donc important de ne pas les privilégier. L'identification d'une figure peut être faite : – globalement (« à l'oeil, il me semble que c'est un carré») ; – par un repérage perceptif de propriétés : parallélisme, présence d'angles droits, égalité de longueur de segments. Le recours aux instruments vient valider les hypothèses faites sur des propriétés supposées. La capacité à isoler une figure dans une configuration complexe joue un rôle important en géométrie, au collège. Les élèves y seront donc entraînés dès le cycle 3.

Fiche 9

Domaine : géométrie
Compétences :
- Tracer une figure à partir d'un programme de construction, d'un modèle ou d'un schéma codé, en utilisant les instruments

Exercices : 14 - 15
Items : 90 – 91 – 92 -- 93
Tâches à réaliser :
- Les élèves doivent tracer une figure à partir d'un programme de construction. (items 90 et 91)
- Les élèves doivent tracer une figure à partir d'un modèle (items 92 et 93)

Pistes de travail

– Tracer une figure (sur papier uni, quadrillé ou pointé), soit à partir de la donnée d'un modèle, soit à partir d'une description, d'un programme de construction ou d'un dessin à main levée.	Selon le problème posé, on peut préciser l'emploi d'instruments de dessin précis ou demander aux élèves de choisir l'instrument le mieux adapté : papier calque, papier quadrillé ou pointé, règle, équerre, compas, gabarit (notamment pour les angles). Pour le carré et le rectangle, les élèves sont confrontés à des exercices de constructions à partir de la donnée d'un ou deux côtés tracés ou à partir de la seule donnée des longueurs de ces côtés. En fin de cycle, des tracés à main levée accompagnés de données codées (mesures, symboles d'égalité de segments, d'angles droits) peuvent être proposés par l'enseignant, en vue de faire construire une figure, à condition que les codes utilisés aient acquis une signification pour les élèves.
- Décrire une figure en vue de l'identifier dans un lot de figures ou de la faire reproduire sans équivoque. **- Utiliser à bon escient le vocabulaire suivant : triangle, triangle rectangle, triangle isocèle, triangle équilatéral, carré, rectangle,losange, cercle; sommet, côté ; centre, rayon et diamètre pour le cercle.**	La capacité à décrire une figure est vérifiée par l'élaboration d'un message contenant toutes les informations nécessaires à la reproduction de la figure. Selon l'activité proposée, deux types de description peuvent être utilisés: – énoncé de propriétés que vérifie la figure choisie ; – énoncé de la suite des étapes qui permettent de construire la figure (programme de construction). Dans certains cas, en fin de cycle 3, un schéma à main levée accompagné de données codées peut également être utilisé par les élèves.

Sources :
- Document « Mathématiques -cycle 3 » (page 30 à 33)
- Bulletin officiel de l'Education Nationale hors série n° 3 du 19 Juin 2008 (page 23)

Fiche 10

Domaine : Grandeurs et mesures
Compétences :

- Estimer ou mesurer une longueur, calculer un périmètre une aire, un volume. Connaître les différentes unités et leurs relations.
- Résoudre des problèmes concrets faisant intervenir des grandeurs et une ou plusieurs des quatre opérations.

Exercices : 16 – 17
Items : 94 – 95 – 96 – 97
Tâches à réaliser :

- Les élèves doivent calculer en utilisant une règle le périmètre d'une figure en cm puis en mm (items 94 et 95)
- Les élèves doivent calculer l'aire d'un jardin dont ils ont le plan. Sur ce plan figurent les mesures de certains côtés en mètres.

Pistes de travail

Classer et ranger des surfaces (figures) selon leur aire, soit par superposition des surfaces, soit par découpage et recolle ment des surfaces, soit par pavage des surfaces avec une surface de référence.	Les activités de classement et rangement des surfaces selon leurs aires précèdent les activités de mesurage avec une unité choisie. En effet, par superposition et recomposition (réelles ou mentales), il est possible de comparer des aires ou de réaliser des surfaces de même aire. Ce procédé nécessite la prise de conscience par l'élève du fait que l'aire d'un assemblage de figures ne change pas lorsque l'assemblage est modifié. L'aire d'une surface obtenue par recollement de deux surfaces est égale à la somme des aires de ces deux surfaces, mais son périmètre n'est pas égal à la somme des périmètres des deux surfaces initiales. La reconnaissance de rapports entre grandeurs (cette aire est le double de celle-ci) précède la mesure de l'aire (cette aire est de 12 cm²)
Construire une surface qui a même aire qu'une surface donnée (et qui ne lui est pas superposable).	Les activités à base de puzzles sont particulièrement intéressantes pour montrer que deux figures non superposables peuvent avoir la même aire.
Différencier aire et périmètre d'une surface, en particulier savoir que deux surfaces peuvent avoir la même aire sans avoir nécessairement le même périmètre et qu'elles peuvent avoir le même périmètre sans avoir nécessairement la même aire.	Les concepts de périmètre et d'aire ne doivent pas se réduire pour l'élève à des nombres ou des formules associés à des figures. Il est nécessaire de mettre en place des activités qui permettent aux élèves de distinguer les deux notions. Par exemple, on peut proposer aux élèves de construire effectivement des rectangles différents d'aire 24 cm² dont on calcule le périmètre ou des rectangles différents de périmètre 20 cm dont on calcule l'aire. On peut aussi, une figure étant donnée, proposer de la modifier pour en obtenir une autre d'aire plus petite et de périmètre plus grand que ceux de la figure initiale.
Mesurer l'aire d'une surface par un pavage effectif à l'aide d'une surface de référence (d'aire une unité) ou grâce	La forme des surfaces de référence doit être variée et, en particulier, on ne se limite pas à n'utiliser que des unités de forme carrée.

à l'utilisation d'un réseau quadrillé (le résultat étant une mesure exacte ou un encadrement).	
Calculer l'aire d'un rectangle dont l'un des côté au moins est de dimension entière.	Les élèves peuvent être confrontés à la détermination, par des procédures personnelles ou à l'aide d'une calculatrice, d'aires de rectangles dont les dimensions ne sont pas entières (par exemple, l'aire d'un rectangle de 6,4 cm sur 3,8 cm). Pour cela, ils peuvent se ramener au cas de dimensions entières en changeant d'unités, recourir à un pavage effectif par des carrés de 1 cm^2 et de 1 mm^2 ou multiplier les deux nombres à l'aide d'une calculatrice.
Connaître et utiliser les unités usuelles: cm^2, dm^2, m^2 et km^2 .	Les élèves doivent être conscients que ces unités peuvent correspondre à des surfaces de formes variées. Ainsi le dm^2 ne doit pas être associé uniquement à un carré de 1 dm de côté, mais aussi, par exemple, à un triangle ou à un rectangle obtenu par découpage et recollage du carré de 1dm de côté. Le mm^2 peut également être utilisé, avec un support de type papier millimétré par exemple, pour le calcul de l'aire d'un rectangle de 6,4cm sur 3,8cm.
Connaître et utiliser quelques égalités: 1 m^2 = 100 dm^2 1 dm^2 = 100 cm^2 1 km^2 = 1000000 m^2 .	La connaissance de l'égalité entre, par exemple, 1 dm^2 et 100 cm^2 est construite par le pavage effectif d'un carré (ou d'un rectangle) de 1 dm^2 avec des carrés de 1cm de côté. Le km^2 est introduit en vue de son utilisation en géographie. L'égalité entre 1 km^2 et 1000000 m^2 est obtenue par le calcul, en imaginant le pavage correspondant. En situation, les élèves peuvent être confrontés à des unités agraires (are, hectare) et avoir à utiliser l'équivalence entre 1 hectare et 10000 m^2 qui leur sera alors fournie. En situation, les élèves peuvent avoir à réaliser des conversions d'aire en s'appuyant sur leur connaissance des équivalences entre unités et en utilisant un raisonnement.

Fiche 11

Domaine : Organisation et gestion des données
Compétences :
- Lire ou produire des tableaux et les analyser.
- Savoir organiser les données d'un problème en vue de sa résolution

Exercices : 19 français – 18
Items : 61 – 62 – 63 – 98
Tâches à réaliser :
- Les élèves doivent lire des documents afin d'en retirer des informations numériques. Ils doivent également effectuer des opérations avec ces données (items 61 à 63).
- Les élèves doivent un énoncé illustré d'un schéma, répondre à une question et expliquer leur démarche (item 98).

Pistes de travail
Nombre des erreurs de résolution sont en fait liées à des difficultés à opérer les inférences indispensables ; c'est l'interprétation des données qui fait difficulté. Les énoncés des problèmes arithmétiques sont nécessairement lacunaires puisque le choix de l'opération, véritable enjeu de la résolution, est lié à l'identification des relations entre les données et que ces relations ne sont pas totalement explicitées par le texte.
Il est particulièrement important que, tout au long du cycle 3, les élèves soient confrontés aux énoncés sans la médiation dune première lecture par le maître (sauf pour les enfants dyslexiques), qu'ils apprennent à naviguer entre données et questions, à passer du texte à d'autres formes de (re)présentations des données (tableau, schéma, graphique, etc.), à interroger leurs acquis pour ajuster des réponses, à mobiliser leurs connaissances du monde pour se représenter les situations et pour valider la plausibilité de leurs réponses, etc. Cette médiation par le maître s'élimine peu à peu, à des moments différents selon les élèves qui peuvent être aidés individuellement ou par petits groupes.

Facteurs de difficulté	Eléments à considérer	Indications de travail
Place de la question	Fin ou début: des recherches mettent en évidence que l'indication de la question dès le début du texte est facilitatrice.	On peut inciter les élèves à une double lecture quand la question est en position terminale: lire le texte en entier, reformuler ce que l'on cherche et relire les données sous cet éclairage.
Ordre des données	- Ordre correspondant à celui du traitement ou non. - Ordre syntaxique cohérent ou non avec l'ordre logique.	On évitera les stéréotypes et on proposera des énoncés dans lesquels l'ordre de présentation des données est varié.
Complexité du texte	- Phrases complexes, en particulier phrases avec des relatives (surtout avec dont). Exemple: «Pierre et Marc vont régulièrement à la piscine. À la fin du trimestre, Pierre, qui est allé 13 fois à la piscine, a payé 10 euros de moins que Marc qui y est allé 5 fois de plus. Quel est le prix d'une entrée à la piscine? Quelle somme chaque enfant a-t-il dépensée?»	Pour les énoncés très complexes, on gagne, pour des élèves en difficulté, à faire effectuer des reformulations du texte: - réécriture (produire un autre texte plus explicite); - reprise des données sous d'autres formes: tableau, représentation graphique, etc.

	- Présence de formules inusuelles (sachant que). - Présence de mots inducteurs «contre-intuitifs». Exemple: «Florian qui a 5ans de plus que son frère est âgé de 16 ans. Quel âge a son frère?»	
Caractère plus ou moins complet des données	Données indispensables ou présence de données parasites (inutiles par rapport aux questions posées et exigeant un tri). Exemple: «24voitures de formule1 viennent de prendre le départ d'un grand prix. Elles doivent effectuer 48-tours d'un circuit de 4 km 500. Le tour le plus rapide a été effectué à la vitesse moyenne de 190km/h. Quelle est la longueur totale de l'épreuve? Pour le vainqueur, quelle sera la durée approximative de la course?» *Thévenet Serge (dir.), Maths. Cycle des approfondissements, cycle 3, CM1, Paris, Bordas, 1996.*	- Afin d'attirer l'attention sur ce traitement, on peut demander de repérer les données inutiles dans le texte, les isoler, voire les supprimer, pour répondre aux questions posées, éventuellement de trouver des questions qui mobiliseraient les données inutilisées. - Les élèves ont tendance à construire un «modèle»de résolution dans lequel ils doivent utiliser tous les nombres donnés dans le texte; il est bon qu'ils prennent conscience du caractère erroné de cette «fausse règle».
Caractère plus ou moins familier de la situation	Nature des connaissances préalables «sur le monde» sollicitées (qu'il s'agisse des acquisitions scolaires ou de celles qui ont été rendues possibles par les expériences vécues).	- Il leur faut apprendre à utiliser leurs connaissances préalables pour valider leur réponse et en vérifier la pertinence, et, en même temps, apprendre à la dépasser. Exemple : pertinence pragmatique (on n'utilise pas 12,5 bus pour transporter les élèves, mais 13). - Les connaissances préalables des enfants peuvent être très variables selon les expériences vécues. Il convient de s'assurer que, face à un texte, chaque élève dispose de référents lui permettant d'élucider les données, de contrôler sa réponse.
Vocabulaire univoque ou non	- Le lexique peut être spécifique aux mathématiques (perpendiculaire, parallèle, etc.) ou non (sommet, multiple, etc.); dans ce cas,il peut naître des ambiguïtés qui constituent parfois des obstacles pour la résolution du problème précis posé. - Des formules utilisées en mathématiques peuvent aussi, malgré leur simplicité apparente, poser des problèmes de compréhension («Des livres coûtant 12euros pièce» : le mot «pièce»peut faire obstacle).	- Les acquisitions lexicales doivent accompagner le travail notionnel en mathématiques comme dans les autres domaines. L'élaboration d'un répertoire ou d'outils de référence auxquels les élèves peuvent se référer dans les activités est dune grande utilité. - Ce travail sur la polysémie de certains mots et la discrimination de leur sens spécialisé peut se réaliser dans des séances spécifiques d'étude de la langue.
Informations donnée sous plusieurs formes	- Texte et graphiques, cartes, photos, schémas, etc.	En mathématiques comme dans d'autres domaines (sciences, géo-

	- Situation qui exige de relier des informations de manière explicite ou sans que cela soit explicitement demandé.	graphie, etc.), on entraînera les élèves à utiliser divers supports et à mettre en relation les informations (à voir leur caractère redondant ou complémentaire).
Problèmes à une ou plusieurs étapes de résolution	Étapes de résolution suggérées ou non par les questions.	On passera progressivement de textes dans lesquels les étapes sont suggérées à des textes qui présentent uniquement la question finale. On peut aussi faire de cette variable un élément de la différenciation en donnant aux uns et aux autres des textes plus ou moins «guidant» selon les difficultés qu'ils rencontrent.
Problème fermé ou problème ouvert	- Pas de réponse canonique possible. - Plusieurs solutions possibles. Exemple: «Chez la fleuriste, Paul demande un bouquet composé de roses et d'iris. Les roses valent 2euros pièce et les iris 1euro. Le bouquet terminé, la fleuriste dit à Paul: Ça fait 18euros. De combien de roses et diris la fleuriste a-t-elle pu composer le bouquet? »	Il convient de diversifier les textes de telle façon que les élèves ne construisent pas une représentation figée associant une question à une réponse.
Référence notionnelle	Notions à mobiliser - certains mots (fois, partage, reste, différence, total, etc.) induisent la mobilisation dune notion, dune procédure, d'un algorithme, pas toujours à bon escient; - parfois, c'est simplement la proximité temporelle qui fonctionne (on apprend la multiplication, donc on résoudra le problème avec une multiplication; il reste à bien choisir les nombres sil y en a plusieurs).	- Il convient d'éviter tout conditionnement même si des répétitions sont nécessaires pour exercer et fixer des savoir-faire. - Quand les problèmes proposés sont «décrochés»par rapport au moment de l'apprentissage des acquis qu'ils sollicitent, la difficulté est plus grande; ce sont alors vraiment la compréhension de la situation et la capacité à mobiliser ses acquis qui jouent.

Fiche 12

Domaine : Organisation et gestion des données
Compétences :
- Résoudre des problèmes relevant de la proportionnalité.

Exercices : 19
Items : 99 – 100
Tâches à réaliser :
- Les élèves doivent transformer une recette pour 6 personnes en recette pour 9 personnes.

Pistes de travail

Les problèmes relevant de la proportionnalité sont traités en s'appuyant sur des raisonnements qui peuvent être élaborés et énoncés par les élèves dans le contexte de la situation. Par exemple pour le problème « Il faut mettre 400 g de fruits avec 80 g de sucre pour faire une salade de fruits. Quelle quantité de sucre faut-il mettre avec 1000 g de fruits? », les raisonnements peuvent être du type:
- pour 800 g de fruits (2 fois plus que 400), il faut 160 g de sucre (2 fois plus que 80) et pour 200 g de fruits (2 fois moins que 400), il faut 40 g de sucre (2 fois moins que 80). Pour 1000 g (800 g + 200 g) de fruits il faut donc 200 g (160 g + 40 g) de sucre
- la masse de sucre nécessaire est cinq fois plus petite que la masse de fruits; il faut donc 200 g de sucre (1000: 5 = 200).

Dans certains cas, le passage par l'unité est nécessaire. Par exemple pour résoudre le problème « 2 cm sur le papier représentent 5 km sur le terrain. La distance à vol d'oiseau entre deux villes est de 7 cm. Quelle est la distance réelle? », le raisonnement peut être du type : 1 cm sur le papier représente 2,5 km (deux fois moins que 2 cm), donc 7 cm sur le papier représentent 17,5 km (sept fois plus que 1 cm) ou 6 cm + 1 cm correspond à 15 km + 2,5 km.
La mise en oeuvre de ces raisonnements suppose que l'élève ait identifié qu'ils étaient pertinents pour la situation proposée. Si un seul couple de nombres en relation est fourni (par exemple, « 6 objets coûtent 15euros, combien coûtent 9 objets? »), il doit faire appel à des connaissances sociales (la relation entre quantité et prix est souvent une relation de proportionnalité). En revanche, la donnée de deux couples de nombres (ou plus) en relation lui permet d'inférer la relation de proportionnalité (par exemple, « pour 50g de chocolat, il faut 10g de sucre et pour 100g de chocolat, il faut 20g de sucre ; combien faut-il de sucre pour 325g de chocolat?). Dans d'autres cas, le recours à une expérience effective peut être un moyen de vérifier la relation de proportionnalité entre les grandeurs en jeu: par exemple, relation entre quantité de liquide et hauteur atteinte dans un verre cylindrique relation entre longueurs du côté et de la diagonale d'un carré.
Des activités de placement de nombres sur une droite partiellement graduée sont également l'occasion d'utiliser ce type de raisonnement: par exemple, placement de 50 et 500 sur une droite où sont déjà placés 0 et 200. La graduation des axes d'un graphique pour représenter des couples de données fournit des occasions d'un tel travail.
Il est important que soient proposées aussi bien des situations qui relèvent de la proportionnalité que des situations qui n'en relèvent pas.
Dans tous les cas, on s'appuiera sur des situations concrètes (par exemple, sur des expériences en lien avec le programme de sciences comme l'étalonnement d'un verre doseur conique comparé à un verre doseur cylindrique).
L'utilisation de tableaux de nombres ou de graphiques permet d'organiser des informations dans de nombreuses situations. Ces outils ne doivent pas être associés systématiquement à la proportionnalité.
Les situations faisant intervenir des pourcentages, des échelles, des vitesses moyennes, des conversions d'unités sont traitées avec les mêmes procédés.
Par exemple, si on sait que sur 350 élèves, 40 % mangent à la cantine, l'élève peut s'appuyer sur un raisonnement du type :

- pour 100 élèves, 40 mangent à la cantine
- pour 300 élèves (3 fois plus), 120 mangent à la cantine (3 fois plus)
- pour 50 élèves (moitié de 100), 20 mangent à la cantine (moitié de 40)
- pour 350 élèves (300 + 50), ce sont donc 140 élèves qui mangent à la cantine (120 + 20).

Les quelques conversions d'unités envisagées seront aussi reliées à la proportionnalité : par exemple, pour convertir 43 dm^2 en cm^2, l'élève peut utiliser le fait que 1 dm^2 = 100 cm^2 ; 43dm^2 , c'est donc 4300 cm^2 (43 fois 100 cm^2).