

La résolution de problèmes au cycle 3



RÉGION ACADÉMIQUE
BOURGOGNE
FRANCHE-COMTÉ

MINISTÈRE
DE L'ÉDUCATION NATIONALE
MINISTÈRE
DE L'ENSEIGNEMENT SUPÉRIEUR,
DE LA RECHERCHE
ET DE L'INNOVATION



TONNERRE
23 MAI 2018

AVALLON
30 mai 2018

www.ac-dijon.fr

Plan de l'animation

- Préambule
- Cadre institutionnel
- Qu'est-ce que faire des mathématiques ?
- Etat des lieux de la recherche
- Mise en activité : analyse de travaux d'élèves
- Synthèse et points de vigilance
- Prolongements

Préambule

L) Les cinémas.

La France est l'un des pays d'Europe qui a le plus grand nombre de salles de cinéma.

En 2000, elle en avait 2612 de plus que l'Italie.

L'Italie en avait 2285 de moins que l'Allemagne qui n'en avait que 4783.

L'Espagne arrivait en troisième position avec 3556 salles.

Combien de salles de cinéma y avait-il en Italie en 2000 ?

Combien y en avait-il en France ?

En Allemagne, combien de salles de cinéma y avait-il de plus qu'en Espagne ?



Préambule

Les châtaignes de Charles ©ARMT cat.5 6 7



Charles a récolté 108 kg de châtaignes. Il les met dans trois paniers, un petit, un moyen, un grand.

Les châtaignes du panier moyen pèsent le double de celles du petit panier. Les châtaignes du grand panier pèsent le double de celles du panier moyen.

Après avoir rempli ces trois paniers, il lui reste quelques kg de châtaignes, exactement la moitié du poids des châtaignes du grand panier.

Combien de kg de châtaignes Charles a-t-il mis dans chaque panier ? Combien de kg lui reste-il ?

Analyse du problème

- Quelles sont les caractéristiques de ce problème ?
- Quelles sont les compétences mobilisées dans sa résolution ?
- Quelles difficultés peut-on anticiper chez les élèves ?
- Quel étayage peut-on proposer ?

Programmes pour le cycle 3

"La résolution de problèmes constitue le critère principal de la maîtrise des connaissances dans tous les domaines des mathématiques, mais elle est également le moyen d'en assurer une appropriation qui en garantit le sens."

Ce qu'il faut retenir :

- c'est en résolvant des problèmes que les élèves acquièrent **le sens des apprentissages mathématiques**
- la résolution de problèmes n'est pas un objet d'apprentissage isolé des autres activités mathématiques, il en est **le fil rouge**

Les 6 compétences travaillées en mathématiques

Représenter

Raisonner

Chercher

Les châtaignes de Charles ©ARMT cat.5 6 7

Charles a récolté 108 kg de châtaignes. Il les met dans trois paniers, un petit, un moyen, un grand.

Les châtaignes du panier moyen pèsent le double de celles du petit panier. Les châtaignes du grand panier pèsent le double de celles du panier moyen.

Après avoir rempli ces trois paniers, il lui reste quelques kg de châtaignes, exactement la moitié du poids des châtaignes du grand panier.

Combien de kg de châtaignes Charles a-t-il mis dans chaque panier ? Combien de kg lui reste-il ?

Calculer

Modéliser

Communiquer

Enfin... qu'est-ce que faire des mathématiques ?

- Pour l'élève, c'est adopter **une posture de chercheur**, c'est être capable de :
 - reconnaître une situation
 - mettre en œuvre une démarche
 - expérimenter différentes solutions
 - argumenter pour défendre ses choix
 - communiquer son résultat
- Pour l'enseignant, c'est :
 - organiser des situations lui permettant d'investir cette posture

Une situation extraite d'un manuel

Quadrillages, CM1, Istra, 1997

A chacun sa place

Damien, Franck, Isabelle, Nathalie, Raphaël et Simon ont posé pour une photo souvenir de vacances. Les indices suivants permettent de retrouver la place de chacun.

Toutefois, certains indices sont inutiles, lesquels ?

- 1) Damien et Raphaël n'ont qu'un seul voisin.
- 2) Les filles ne sont pas côte à côte.
- 3) Franck est le plus petit des garçons.
- 4) Franck est cependant plus grand qu'Isabelle, qui est à sa gauche.
- 5) Damien et Isabelle portent des lunettes.
- 6) Si Nathalie tourne la tête vers la gauche, elle peut voir tous ses camarades, sauf Damien.
- 7) Franck est le seul à avoir deux voisines.

Une situation extraite d'un manuel

Au marché

Jacques a acheté 3 kg de poires à 2 € le kilo, 2 kg de raisin à 2€50 le kilo, une poule de 1 kg 500g, un pain de seigle à 1€80 et 2€10 de bonbons.

Combien a-t-il dépensé ?

Parmi les données supplémentaires suivantes, trois sont inutiles pour résoudre le problème :

- Jacques avait 30€ au départ.
- Il a dépensé 11€ chez le marchand de fruits et légumes.
- Le prix de la poule est de 4€ le kilo.
- Pour 3€, on peut avoir 250g de bonbons.

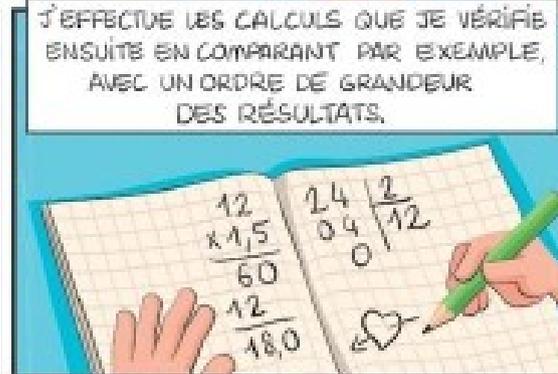
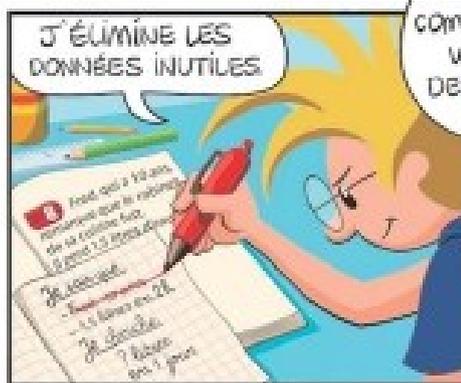
Vidéo

« La méthode de résolution de problèmes »

Synthèse

Ces activités ne permettent pas d'améliorer la résolution de problèmes :

- elles supposent qu'il existe une aptitude générale à la résolution de problèmes, indépendante des connaissances notionnelles
- quand on les analyse, ce sont des tâches qui ne peuvent pas être faites sans résoudre le problème, elles sont parties prenantes de la résolution, elles ne sont pas antérieures
- elles démotivent les élèves et donnent une idée peu enthousiaste de la résolution de problèmes
- elles amènent les élèves à travailler SUR le problème, sans leur donner les moyens de le résoudre



Extrait de Myriade 6^e 2009, 2014 et 2016, p241

Que dit la recherche ?

Apports des sciences cognitives

Deux processus cognitifs en jeu

Un processus représentationnel :

L'élève se fait une représentation mentale du problème.

ET/OU

Un processus opératoire :

L'élève déclenche un traitement.

(Jean Julo 2002, Grand N, n°69)

Que dit la recherche ?

Conséquences sur les enjeux de l'enseignement des problèmes

1. Enrichir la mémoire des élèves sur les problèmes :
 - Vers élèves : donner des occasions aux élèves de résoudre des problèmes et de **les réussir seuls**
 - Vers enseignants /vers programmes : définir des types de problèmes dont on attend qu'ils soient **résolus** « **automatiquement** » par les élèves

Mais quels problèmes ?

2. Permettre l'invention de procédures :

Mais avec quelle finalité mathématique ?

Que dit la recherche ?

A partir de ces résultats,
Catherine Houdement distingue des problèmes :

- basiques
- complexes
- a-typiques

Que dit la recherche ?

- les problèmes basiques :

- ✓ ils sont écrits dans une syntaxe simple, sans information superflue, dans un contexte facile à comprendre
- ✓ ils sont les « éléments simples » de problèmes plus complexes
- ✓ l'enjeu pour les élèves est de **les mémoriser**

Typologie Vergnaud (1997; 2001) connue mais à mieux utiliser :

structures additives et structures multiplicatives

- Elle répond à la question du sens des opérations !
- **Les sens de l'addition-soustraction** sont portés par les types de problèmes (composition d'états, transformation d'états, comparaison additive d'états, composition de transformations..) associés à la place de l'inconnue
- **Les sens multiplicatifs** :
 - multiplication, division partition, division- quotient, proportionnalité, qui sont les quatre types de proportionnalité simple,
 - proportionnalité simple composée,
 - proportionnalité multiple (aire, volume ...)

Des exemples

LES MASSIFS DE TULIPES

Il s'agit à chaque fois de calculer le nombre de tulipes dans un massif :

a) un massif de fleurs, formé de 60 tulipes rouges et 15 tulipes jaunes ;

b) un massif de 60 rangées de 15 tulipes ;

c) un massif de 60 fleurs, formé de tulipes et de 15 jonquilles ;

d) 60 tulipes disposées en 15 massifs réguliers.

Que dit la recherche ?

- les problèmes complexes :

- ✓ ils sont composés de problèmes basiques « cachés »
- ✓ ils peuvent être résolus en les décomposant en problèmes basiques

Au cinéma 'Royal Ciné' un adulte paye 6€ par séance et un enfant paye 4€ par séance.

A la séance de l'après-midi, il y avait 50 adultes et des enfants.

A la séance du soir, il y avait 15 adultes et 20 enfants.

La recette de la journée est 542€

Combien y avait-il d'enfants à la séance de l'après-midi ?

Problème utilisé par un enseignant : ERMEL (1997 ; 2005)
Apprentissages numériques et résolution de problèmes CM1.

Paris :Hatier

Au cinéma 'Royal Ciné' un adulte paye 6€ par séance et un enfant paye 4€ par séance.

A la séance de l'après-midi, il y avait 50 adultes et des enfants.

A la séance du soir, il y avait 15 adultes et 20 enfants.

La recette de la journée est 542€

Combien y avait-il d'enfants à la séance de l'après-midi ?

J'appelle « **problème complexe** » un tel problème qui est

- un composé de problèmes basiques « cachés »....
- à construire par l'élève !

Sous problèmes calculables	Sous problèmes utiles
Séance du soir : nombre de personnes	Recette de la séance du soir
Séance du soir : prix que payent les adultes	OU
Séance du soir : prix que payent les enfants	Recette venant des adultes
Séance de l'après midi : prix que payent les adultes	ET
Deux séances : prix que payent les adultes	Séance du soir : prix que payent les enfants

Résoudre un « **problème complexe** » nécessite de :

- **Connecter** (Bednarz & Janvier 1996) des informations pour construire des sous-problèmes **calculables** (souvent basiques)
- utiles pour avancer vers la réponse (en jeu la représentation du problème)
- Savoir résoudre ces problèmes basiques
- **MAIS AUSSI qualifier** les résultats intermédiaires :
 - les donner en grandeur *80 euros , 20 enfants*
 - les replacer dans le contexte du problème : *72 € prix qu'ont payé les enfants à la séance*

Que dit la recherche ?

- les problèmes a-typiques :

- ✓ ce sont des problèmes « pour chercher », « ouverts », de type « rallye » ou de logique.
- ✓ ils visent l'inventivité stratégique et la prise de risque
- ✓ ils font appel à la flexibilité de raisonnement, à la persévérance et à la confiance en soi

*Exemples : Les châtaignes
A chacun sa place*

Vers une typologie des problèmes arithmétiques

- Problèmes « **basiques** » (d'un savoir, d'un concept)

Enjeu élève : les mémoriser

- Problèmes « **complexes** »

Enjeu élève : construire des sous-problèmes basiques calculables en connectant des informations et qualifiant les résultats

- Problèmes a-typiques.....

Enjeu élève : inventivité stratégique et flexibilité de raisonnement , persévérance et confiance en soi

Penser la progressivité

Comment construire une progressivité ?

- amener les élèves à résoudre des problèmes basiques pour les mettre en mémoire

PARALLÈLEMENT

- utiliser les ressources en mémoire pour résoudre des problèmes complexes
- continuer d'enrichir le bagage de problèmes basiques
- proposer des problèmes a-typiques
- institutionnaliser les connaissances

Repères progressivité cycle 3

La progressivité sur la résolution de problèmes, outre la structure mathématique du problème, repose notamment sur :

les nombres mis en jeu

le nombre d'étapes de calcul et la détermination ou non de ces étapes par les élèves

les supports envisagés pour la prise d'informations

La communication de la démarche et des résultats

Dès le début du cycle, les problèmes proposés relèvent des quatre opérations, l'objectif est d'automatiser la reconnaissance de l'opération en fin de cycle 3

La compréhension en lecture, un obstacle supplémentaire?

- Lexique
- Faux amis
- Petits mots

Le rôle du calcul mental

Une bonne maîtrise du calcul mental contribue à la réussite en résolution de problèmes :

- Il libère de l'espace mental pour la résolution, grâce à l'automatisation des opérations, notamment pour la construction de la représentation mentale du problème.
- Il accroît les capacités d'initiative des élèves : plus grand nombre de techniques disponibles pour les traitements purement numériques.
- Il permet « la flexibilité » : une adaptabilité cognitive (passage oral/écrit, appui possible sur une trace ou non...).

Analyser les travaux des élèves

Consigne :

À l'aide de la grille, analysez les productions des élèves, identifiez leurs réussites, leurs erreurs, les aides à apporter.

3

Prénom : Raf

école : Camille Claudel

1- Lise a 10€. Le paquet de gâteaux qu'elle aime coûte 3,49€. Une bouteille de soda coûte 1,29€.

Combien lui manque-t-il pour acheter deux paquets de gâteaux et trois bouteilles de soda ?

$$\begin{array}{r} 3,49 \\ + 1,29 \\ \hline 4,78 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 49 \\ + 29 \\ \hline 78 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 3,49 \\ + 3,49 \\ + 1,29 \\ + 1,29 \\ \hline 9,96 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 9,56 \\ + 4,78 \\ \hline 14,34 \end{array}$$

Il lui manque 4,34

les achats

Production 4

1- Lise a 10€. Le paquet de gâteaux qu'elle aime coûte 3,49€. Une bouteille de soda coûte 1,29€.

Combien lui manque-t-il pour acheter deux paquets de gâteaux et trois bouteilles de soda ?

$$\begin{array}{r} 1,29 \\ \times 3 \\ \hline 3,87 \end{array} + \begin{array}{r} 3,49 \\ \times 2 \\ \hline 6,98 \end{array}$$

Je cherche le nombre d'argent qui lui manque.

$$\begin{array}{r} 10,00 \\ - 6,98 \\ \hline 3,02 \\ + 3,87 \\ \hline 6,89 \end{array}$$

Il lui manque 6,89 centimes.

Production 5

1- Lise a 10€. Le paquet de gâteaux qu'elle aime coûte 3,49€. Une bouteille de soda coûte 1,29€.

Combien lui manque-t-il pour acheter deux paquets de gâteaux et trois bouteilles de soda ?

Je cherche la somme de paquet gâteaux et de bouteille de Soda

calcul:

$$\begin{array}{r} 3,49€ \\ - 1,29€ \\ \hline = 2,20€ \\ - 1,0€ \\ \hline 2,10€ \end{array}$$

El lui manque 2,10 pour le gâteau et le soda

Production 9

1- Lise a 10€. Le paquet de gâteaux qu'elle aime coûte 3,49€. Une bouteille de soda coûte 1,29€.

Combien lui manque-t-il pour acheter deux paquets de gâteaux et trois bouteilles de soda ?

$$\begin{array}{r} \times 3,49 \\ \hline 6,98 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} \times 1,29 \\ \hline 1,87 \end{array}$$

Il lui manque 6,98 € pour le gâteau

Il lui manque 1,87 € pour les bouteilles de soda.

Interroger les réponses des élèves



Denis BUTLEN

Conclusion

Les incontournables de l'enseignement de la résolution de problème :

- variété des problèmes proposés
- progressivité
- anticipation de l'étayage et de la différenciation
- permettre à chaque élève d'être impliqué dans la résolution et de produire une solution.

Prolongements (3 h)

Prolongements dans vos classes :

- proposer les problèmes suivants à vos élèves dans l'ordre de votre choix.
- analyser leurs productions à l'aide de la grille utilisée lors de l'animation.

Ressources

Banque de problèmes :

M@ths en-vie pour les rallyes et les photos-problèmes.

Doc groupe départemental maths IA 21

Doc problèmes ouverts cycle 3(Nancy/Metz)

Pour travailler le calcul mental :

Calcu@tice

Ressources

Les diaporamas APMEP pour le cycle 3

<https://www.apmep.fr/Les-diaporamas-APMEP-du-cycle-3,6295>

Programme de calculs

Séance 3 : 5 questions – 30 secondes.

