Progression de calcul mental

Une séquence de calcul individuelle ou collective doit être courte, car elle demande beaucoup d'attention. Elle doit contenir des exercices faciles au début, destinés à solliciter la mémoire et focaliser l'attention, puis moins faciles, où les stratégies sont plus nombreuses, éventuellement se terminer par un exercice difficile, pour lequel l'objectif est moins d'obtenir un résultat que d'ouvrir un champ de réflexion.
Le calcul mental n'impose pas l'absence de support ou d'écrit ; il prescrit seulement que l'on ne pose pas les opérations.
Différentes modalités sont possibles, qui pourront varier en fonction du public, du niveau, du moment dans l'année ; elles portent sur la nature et la permanence du support. Exemples :

- L'énoncé de la question est seulement oral, ou bien il est écrit au tableau (il subsiste ou bien est effacé au bout de quelques instants).
- L'enfant écrit (ardoise) la réponse, ou bien il l'énonce oralement.
- Il est autorisé non pas à écrire l'opération, mais des résultats intermédiaires.
- Il lui est possible de consulter visuellement une graduation ou bien un tableau numérique, ou même éventuellement une table d'addition ou de multiplication.

N.B. / On note ci-dessous *D0* une dizaine exacte et *Dn* une dizaine non-exacte (p.ex. *D7* pour 37, 47, 57…).

CALCUL ADDITIF/SOUSTRACTIF

Une progression de difficulté pour additions-soustractions pourrait être :

– ajouter/retrancher 1
– ajouter/retrancher 10
  - à partir d'une dizaine entière D0
  - à partir d'un nombre quelconque

– ajouter/retrancher 2
  - à partir d'un nombre pair
  - à partir d'un nombre impair

– ajouter /retrancher 5
  - partir de D5

Remarque 1. Ces exercices peuvent être oraux (élèves interrogés à tour de rôle, ou un par un, au hasard).
Remarque 2. Ceci n'exclut pas la présence d'une frise numérique complète ou partielle (que chacun peut consulter du regard) :

15					20			23		25			28		30			33		35			38		40		

51	52	53	54	55	56	57	58	59	60	61	62	63	64	65	66	67	68	69	70	71	72	73	74	75	76	77	78

Remarque 3. On peut proposer les deux consignes à la fois, en proposant l'exercice par écrit :

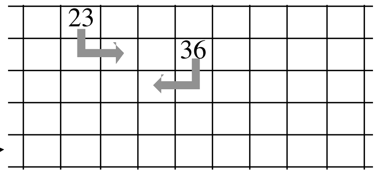
Compléter les cases vides :

		45	50	55		

– Compléments à dix
  (jeu de cartes, jeux de dominos "faire dix",…)

– Doubles (et moitiés).

– ajouter / retrancher 11 ou 9
sans franchissement de bord du tableau
Exemple : 23+11,   36+9 . Dans ce cas la meilleure démarche est +10+1 ou bien +10–1.
Utiliser un tableau, et déplacer le doigt.



A partir de là, on passe aux opérations “complexes”. Toutefois, il y a sans doute encore un palier :

– Pas de retenue ? Exemples : 23 + 14   52 + 17

– Dizaine entière ? Exemples : 23 + 17   46 + 14

– Passage de dizaine ? Exemples : 23 + 18   15 + 17

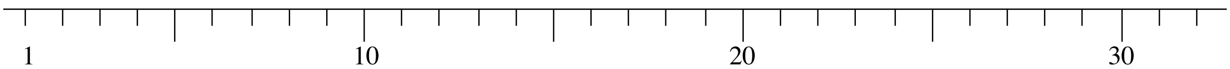
Remarque : dans ces exercices-là, *on ne cherche pas le résultat* ; la réponse est OUI / NON. En effet, ce jugement entraîne des démarches différentes :
– dans le premier cas, on a intérêt à opérer d’abord sur les dizaines, puis les unités : plus facile à énoncer.
– dans le deuxième, on ajoute les dizaines, puis une dizaine,
– dans le troisième, il s’agit d’opérations “vraiment complexes”, et l’on dispose généralement de plusieurs stratégies (Exemple : 35 – 17).

Remarque : on peut faire intervenir plusieurs variables dans une progression :

– l’ordre de grandeur de l’un des opérateurs : 27 + 3   27 + 23   27 + 43
– une aide visuelle proposée comme appui, sans commentaire :

				5					10					15					20	

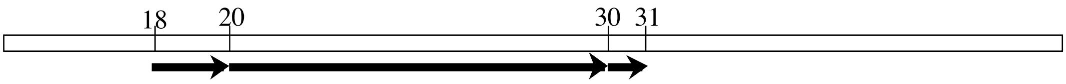
ou bien



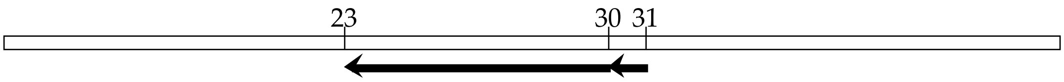
– toute séquence peut être conclue par un exercice “ouvert” plus difficile qui anticipe sur la progression à venir. (cf. la séquence à poursuivre : 38 ; 39 ; 41 ; 44 ; … ; … ; …)

Lorsque plusieurs stratégies sont possibles, il n’est pas souhaitable d’en faire découvrir et entraîner plusieurs à la fois ; mieux vaut en faire choisir une, et l’exercer sur des exemples où elle est pertinente.
Plus tard, passer à une opération où cette stratégie pourrait être moins efficace, reconnaître une autre stratégie utile, puis l’exercer, etc. Retenons cinq méthodes principales :

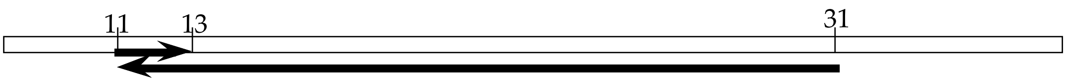
•Le JALONNEMENT : «pour aller de 18 à 31 : 18 à 20, 20 à 30, 30 à 31, donc 2 + 10 + 1 = 13»



•La DECOMPOSITION (ou jalonnement inverse) : « 31 – 8, on fait 31 –1 – 7 »



•Le PIVOTEMENT : « 31 – 18 = 31 – 20 + 2 »



•Le DECALAGE : « 31 – 18 c’est comme 30 – 17 »

•Le voisinage des DOUBLES : «25 + 27 c’est 25 + 25 + 2” donc 50 + 2»
Remarque : Les indications précédentes portent sur le calcul additif/soustractif exact de deux nombres inférieurs à 100.

NUMERATION ÉCRITE/ORALE ET LES “GRANDS NOMBRES”

> Nombres inférieurs à mille. Numération écrite et parlée.

Il s’agit de manipuler par écrit et oralement les différentes notations ou décompositions :

C	D	U
7	4	3

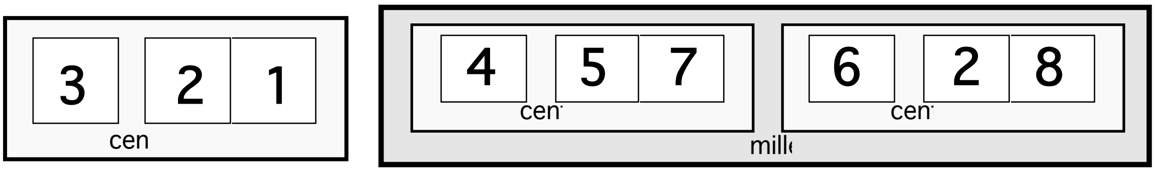
7 4 3 = 700 + 40 + 3 = 7 centaines + 4 dizaines + 3 unités
= 73 dizaines + 3 unités

> Nombres supérieurs à mille, numération écrite

Désignation et segmentation des différentes tranches (milliers, millions,…)
Décomposition —> écriture Ex. 70000 + 4000 + 75 —> 74075   26002 —> 26 000 + 2

> Nombres supérieurs à mille, écrit / oral

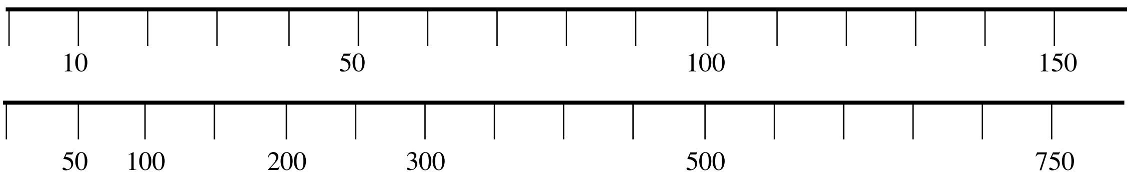
Dictée de nombres, ou utilisation de supports tels que ci-dessous :



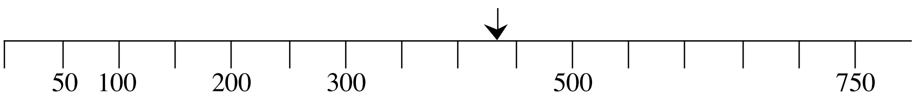
CALCUL APPROCHE

Ordre de grandeur ; situation sur une graduation

Les frises numériques évoquées plus haut mentionnent tous les nombres, sinon par leur écriture chiffrée, au moins par un trait. Pour accéder à de nouveaux ordres de grandeur, on utilise des graduations abrégées, régulières ou non.



Situer un nombre sur une échelle / proposer un nombre correspondant à un point donné de l’échelle.
Exemple :



Le nombre indiqué par une flèche est situé entre 400 et 450, plus près de 450 ; on peut proposer 430.

Arrondi, calcul additif approché

Arrondir, c’est trouver un nombre “rond” (dizaine ou centaine entière) proche.
Exemple : calcul approché de 123 + 732 ?   123 ≈ 120 ; 732 ≈ 730 ⇒ 120+730 = 850

Compensation : on réduit l’erreur en arrondissant l’un par valeur inférieure, l’autre par valeur supérieure. Exemple 1542 + 728 ?   1542 ~ 1540 ; 728 ~ 730 ⇒ 1540+730= 2270,
ou même : 1542 ~ 1500 ; 728 ~ 750 ⇒ 1500+750 = 2250.

CALCUL MULTIPLICATIF

• Opérations multiplicatives simples

Ce sont les produits par 10, 100, 1000… Mais l'on demandera le résultat *d'abord* par écrit ; en effet l'énoncé du résultat nécessite un sectionnement par tranches de trois chiffres, à partir des unités. Pour de tels calculs, il doit être exclu de poser l'opération ou de prendre une calculette.

• Doubles et moitiés

= Réciter la liste des nombres pairs

= Doubles et moitiés de nombres "ronds", puis de nombres quelconques à deux chiffres (pairs dans le cas des moitiés).

•Les tables

= Tables de 2, puis de 5, puis 4, puis 6, puis les autres. Au-delà de la construction de la table, il est préférable d'éviter la récitation dans l'ordre croissant, afin de ne pas susciter d'interférences en mémoire. La mémorisation de ce répertoire est si importante que tous les supports et jeux variés (dominos, tables incomplètes, jeux de cartes…) sont souhaités. Toutes les observations et exploitations de la table de Pythagore sont bienvenues : coloriage des multiples de 2, de 5, de 3… , effacement des cases les mieux connues, puzzles, tables incomplètes…

• Décomposition / calcul approché

Les stratégies élémentaires de calcul sont peu nombreuses. On procède généralement par décomposition.
Ex. $123 \times 12 = 120 \times 12 + 3 \times 12 = 1440 + 36 = 1476$. Les résultats partiels n'étant pas toujours simples, on doit autoriser l'écriture des résultats partiels (ici, 1440 et 36).
C'est dans le calcul multiplicatif que le calcul approché a la plus grande importance. C'est là aussi qu'il offre les meilleures occasions de discussion, selon que l'on privilégie la rapidité ou la précision. Si l'on recherche seulement l'ordre de grandeur, on peut s'en tenir à :

$$123 \sim 100 \quad 12 \sim 10 \text{ donc } 123 \times 12 \sim 1000$$

Mais si l'on recherche une meilleure approximation, on peut adopter $120 \times 12 = 1440$, le carré de 12 étant un résultat classique du répertoire. Une recherche de précision conduit à examiner les compensations : si l'on minore un facteur, il convient de majorer l'autre, dans des proportions analogues. Ainsi 123 —> 100 (réduction ~20%), 12 —>15 (augmentation ~ 20%) $100 \times 15 = 1500$

L'exercice peut se présenter sous forme de jugement et non de calcul :
Parmi les nombres suivants, quel est le plus proche de 725 × 37 ? 2680 , 27 000 , 16 000, 200 000

Toutefois, il faut observer que d'autres formes de décomposition fournissent des moyens de calcul intéressants. Ce sont les décompositions multiplicatives. Il est étonnant de constater qu'à l'école élémentaire, les décompositions additives sont ordinairement bien utilisées, et les décompositions multiplicatives le sont très peu. Soit à calculer 175×24. Un moyen très simple consiste à remarquer la décomposition suivante, puis à regrouper :

$$(25 \times 7) \times (6 \times 4) = (7 \times 6) \times (25 \times 4) = 4200$$

C'est pourquoi il est utile de repérer systématiquement les décompositions multiplicatives, sans se limiter aux produits de deux facteurs (table de Pythagore), ni aux facteurs inférieurs à dix.

• Division exacte et approchée

Dans le champ du calcul mental, la division est considérée comme opération inverse de la multiplication (division exacte), et c'est surtout le calcul approché qui est visé, soit en recherche de résultat, soit en tâche de jugement :

6052 : 17 = ? 36 , 98 , 356

calculer 3200 : 25

Voici un exemple qui fait bien apparaître l'utilité quotidienne du calcul mental :

« J'achète chez mon épicier un morceau de fromage à 5,6€ le kilo. La balance indique un peu moins de 400 grammes ; L'épicier annonce 2,6€. Je pense que 6 × 4 =24 et que je vais changer de fournisseur… ».

⌘ ⌘ ⌘